



MATEMATICAS 2ª EVALUACION	FECHA:
NOMBRE:	CURSO:

1. Resuelve las siguientes integrales: (Las soluciones de todas las integrales han sido calculadas con Derive).

$$\text{a) } \int x^4 (\ln x)^2 dx = \frac{x^5}{5} \ln^2 x - \frac{2x^5}{25} \ln x + \frac{2x^5}{125} + k \quad \text{b) } \int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x}(\ln x - 2) + k$$

2. Resuelve las siguientes integrales:

$$\text{a) } \int \frac{2x-1}{x^2-3x+2} dx = 3\ln(x-2) - \ln(x-1) + k$$

$$\text{b) } \int \frac{x^3+1}{x^3-1} dx = x + \frac{2}{3} \ln(x-1) - \frac{1}{3} \ln(x^2+x+1) - \frac{2\sqrt{3}}{3} \arctg\left(\frac{\sqrt{3}}{3}(2x+1)\right) + k$$

3. Calcula la superficie encerrada por las curvas  $f(x) = \sin x$  y  $g(x) = \cos x$  desde el primer hasta el segundo punto de corte de dichas funciones según el semieje positivo de abscisas.

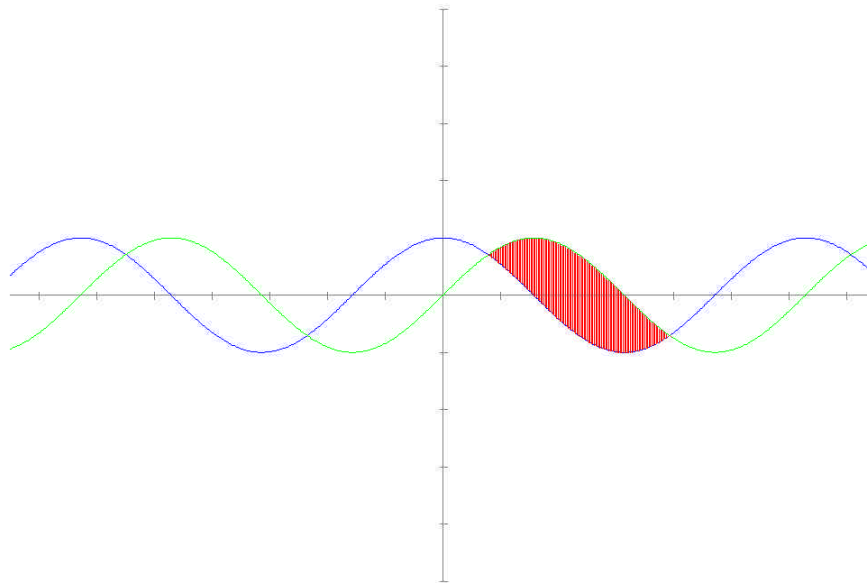
Sol: Para calcular dichos puntos de corte necesitamos resolver la ecuación:

$\sin x = \cos x$  en el intervalo  $[0, 2\pi]$ . Las únicas soluciones a dicha ecuación son:

$x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$ ; pues en dichos puntos la  $\operatorname{tg} x$  vale la unidad, o lo que es lo mismo el

seno y el coseno se igualan. Por tanto:

$$A = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} (\sin x - \cos x) dx = -\cos x - \sin x \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} = 2\sqrt{2}u^2$$



Área entre 0.785398, 3.95 = 2.828498

4. Calcula los máximos y mínimos de la siguiente función:  $f(x) = \int_1^{2x} \frac{t-4}{t^2+1} dt$

$$f'(x) = \frac{2x-4}{4x^2+1} \cdot 2 - 0 : f'(x) = 0 \Rightarrow 2x-4 = 0 \Rightarrow x = 2$$

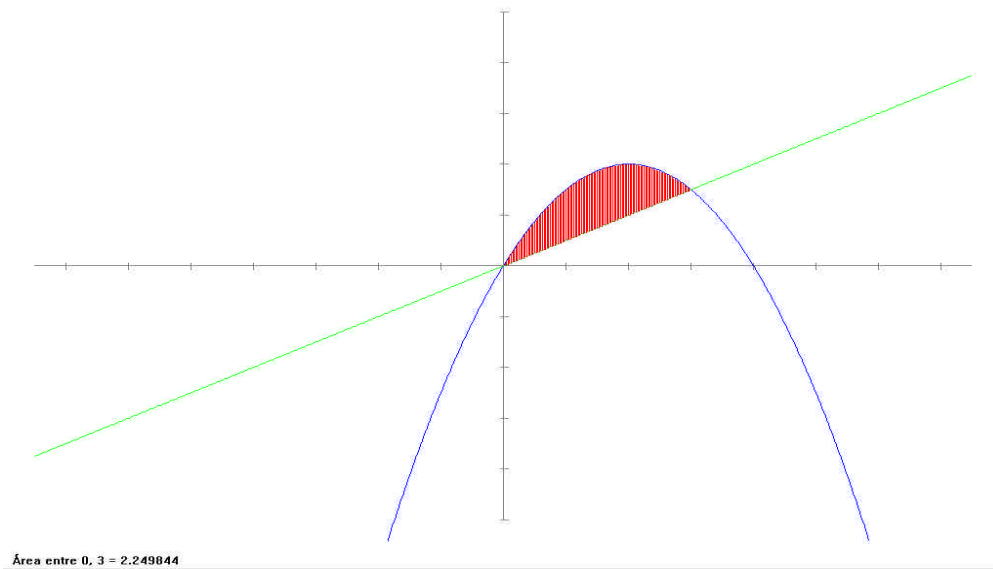
Sol:  $f''(x) = \frac{-16x^2 + 64x + 4}{(4x^2 + 1)^2} \Rightarrow f''(2) = \frac{68}{17^2} > 0 \Rightarrow (2, f(2))$  mínimo

$$f(2) = \int_1^4 \frac{t-4}{t^2+1} dt = 4 \arctg \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \ln \frac{17}{2} - \mathbf{p}$$

5. Las funciones  $g(x) = 2x - \frac{1}{2}x^2$  y  $f(x) = \frac{1}{2}x$ , determinan un recinto plano.

Calcula el volumen de revolución que engendra dicho recinto.

Sol: Las representaciones gráficas de dichas funciones son:



Lo primero que deberemos calcular son los puntos de corte de dichas funciones:

$$f(x) = g(x) \Rightarrow \frac{x}{2} = 2x - \frac{x^2}{2} \Rightarrow x = 4x - x^2 \Rightarrow x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = 3$$

$$V = \mathbf{p} \int_0^3 \left( 2x - \frac{x^2}{2} \right)^2 - \left( \frac{x}{2} \right)^2 dx = \frac{27\mathbf{p}}{5} u^3$$

Nota.- Todas las preguntas valen 2 puntos.