

1. Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x^2 - 2}{x^2 - 2x + 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x+3} - 2}$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x^2 - 5}{3x^2 + x} \right)^{x^2 - 1}$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1+x}{2+x} \right)^{\frac{\sqrt{x}-1}{x-1}}$

2. Halla las ecuaciones de las rectas tangentes a $y = x^2 - 1$ paralelas a la recta de ecuación $y = 2x - 5$. Utiliza la definición de derivada.

3. Hallar las derivadas de las siguientes funciones.

a) $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x}$

b) $g(x) = \text{sen}^2(x^2)$

c) $h(x) = \ln \text{tg}^2 x$

d) $k(x) = x^{\ln x}$

4. Sea :

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & \text{si } x < 1 \\ 0 & \text{si } 1 \leq x \leq 3 \\ x-3 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

a) Estudiar la continuidad y la derivabilidad en \mathbb{R} .

b) Representar gráficamente.

5. Con un alambre de 1 metro queremos construir el borde de un rectángulo de área máxima. ¿Qué dimensiones hay que dar al rectángulo ?